

5. Príklad

Súprava rovnakých nákladných železničných vozňov je vybavená automatickým spojovacím mechanizmom. Ak sa dostatočne stlačia pružiny nárazníkov pri zrážke vozňov, dôjde k spojeniu čelustí mechanizmu, ak je stlačenie malé, čeluste sa nespoja. Vieme, že k spojeniu dôjde, ak do stojaceho naloženého vozňa s hmotnosťou $m = 50 \text{ t}$ narazí vozeň s rovnakou hmotnosťou m rýchlosťou väčšou ako je medzná hodnota $v_m = 1,0 \text{ km.h}^{-1}$.

- Určte prácu potrebnú na stlačenie pružín, pri ktorom dôjde k spojeniu vozňov.
- Aká bude rýchlosť pohybu vozňov po zrážke, ak vozeň s hmotnosťou $m_1 = 40 \text{ t}$ narazí rýchlosťou $v_1 = 1,4 \text{ km.h}^{-1}$ do stojaceho prázdneho vozňa s hmotnosťou $m_2 = 20 \text{ t}$?
- Aká bude rýchlosť pohybu vozňov po zrážke, ak vozeň s hmotnosťou $m_1 = 30 \text{ t}$ narazí rýchlosťou $v_1 = 1,4 \text{ km.h}^{-1}$ do stojaceho vozňa s hmotnosťou $m_2 = 50 \text{ t}$?

Predpokladajme, že vozne sa nachádzajú na priamej vodorovnej trati. Zraz vozňov považujte za dokonale pružný.

Riešenie:

- Vo vzťažnej sústave spojenej s hmotným stredom dvojice vozňov sa vozne najprv približujú a po zrážke sa vzdiaľujú. Najväčšie stlačenie pružín nastane v okamihu, keď oba vozne v tejto sústave stoja, tzn. vzhľadom na koľajnice sa pohybujú rovnakou rýchlosťou v_T , ktorá vyplýva zo zákona zachovania hybnosti

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_T.$$

Z toho $m v_m = 2 m v_T$, $v_T = v_m/2$.

Keďže v sústave dochádza iba k premene kinetickej energie vozňov na potenciálnu energiu deformácie pružín, je pri maximálnom stlačení deformačná a tým aj práca potrebná na stlačenie vyjadrená vzťahmi

$$W_m = \frac{1}{2} m v_m^2 - \frac{1}{2} (2m) v_T^2, \text{ kde } v_T = v_m/2$$

a teda

$$W_m = \frac{1}{4} m v_m^2 \approx 965 \text{ J}.$$

Pri rôznych hmotnostiach vozňov a $v_2 = 0$ je práca vynaložená na maximálne stlačenie pružín

$$W = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_T^2,$$

kde $v_T = m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$, takže

$$W = \frac{1}{2} [m_1 m_2 / (m_1 + m_2)] v_1^2$$

Ak je $W < W_m$, vozne sa spoja a pokračujú v pohybe spoločne.

$$W_1 = \frac{1}{2} [m_1 m_2 / (m_1 + m_2)] v_1^2 \approx 1,01 \text{ kJ} > W_m$$

a preto sa vozne spoja a pohybujú sa spoločne rýchlosťou

$$v_{T1} = m_1 v_1 / (m_1 + m_2) \approx 0,93 \text{ km.h}^{-1}.$$

V tomto prípade $W_1' = \frac{1}{2} [m_1' m_2' / (m_1' + m_2')] v_1'^2 \approx 875 \text{ J} < W_m$, a preto sa pri zrážke vozne od seba odrazia. Ak označíme rýchlosti vozňov po ukončení zrážky u_1 , u_2 , zo zákona zachovania hybnosti a zákona zachovania energie platí:

$$m_1' v_1' = m_1' u_1 + m_2' u_2$$

$$\frac{1}{2} m_1' v_1'^2 = \frac{1}{2} m_1' u_1^2 + \frac{1}{2} m_2' u_2^2,$$

odkiaľ dostaneme:

$$u_1 = v_1' (m_1' - m_2') / (m_1' + m_2') \approx -0,28 \text{ km.h}^{-1}$$

$$u_2 = v_1' 2m_1' / (m_1' + m_2') \approx 0,83 \text{ km.h}^{-1}.$$