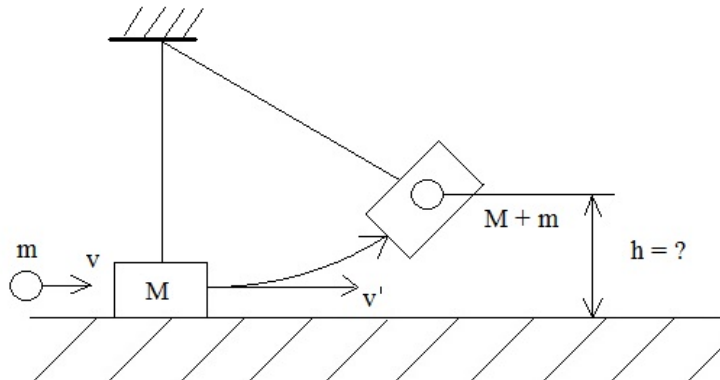


8. Príklad

Do akej výšky sa vychýli z rovnovážnej polohy balistické kyvadlo hmotnosti $M = 10$ kg, keď v ňom uviazne strela hmotnosti $m = 100$ g letiaca rýchlosťou $v = 200 \text{ m.s}^{-1}$? (obr. 18)



Obrázok 18 Ilustrácia k zadaniu príkladu 8

$$M = 10 \text{ kg}$$

$$m = 100 \text{ g} = 0,01 \text{ kg}$$

$$v = 200 \text{ m.s}^{-1}$$

$$h = ?$$

Keď strela zasiahne balistické kyvadlo, uviazne v ňom a spolu s kyvadlom sa začne pohybovať určitou rýchlosťou v' . Zákon o zachovaní hybnosti izolovanej sústavy, ktorú tvorí kyvadlo so strelou, vyjadruje rovnica:

$$mv + M \cdot 0 = (m + M)v'$$

Úpravou získame rovnosť, ktorá na pravej strane má vyjadrenú hybnosť sústavy (strela + kyvadlo) po zrážke a na ľavej strane je iba hybnosť strely pred zrážkou, nakoľko kyvadlo bolo pred zrážkou v pokoji a malo nulovú rýchlosť a teda aj nulovú hybnosť.

$$mv = (m + M)v'$$

Vyjadríme všeobecne rýchlosť sústavy (strela + kyvadlo) po zrážke:

$$v' = \frac{mv}{m + M}$$

Pri pohybe kyvadla spolu so strelou bude platiť zákon zachovania mechanickej energie. V najnižšom bode trajektórie, bezprostredne po zrážke bude rýchlosť sústavy maximálna v' a teda aj kinetická energia E_{k0} bude maximálna a potenciálna energia E_{p0} je nulová. Naopak v najvyššom bode trajektórie bude maximálna potenciálna energia E_{ph} a kinetická energia E_{kh} bude v bode obratu nulová. Potom môžeme napísať:

$$E_{k0} + E_{p0} = E_{kh} + E_{ph}$$

$$E_{k0} + 0 = 0 + E_{ph}$$

$$E_{k0} = E_{ph}$$

V ďalšom kroku vyjadríme všeobecne kinetickú a potenciálnu energiu:

$$\frac{1}{2} (m + M) v'^2 = (m + M)gh$$

Potom pre výšku h platí:

$$h = \frac{\frac{1}{2} (m + M) v'^2}{(m + M)g}$$

Po matematických úpravách a dosadení všeobecného vyjadrenia za v' dostaneme vyjadrenie h :

$$h = \frac{v'^2}{2g}$$

$$h = \frac{mv^2}{(m + M)^2 2g}$$

Úlohu riešime numericky:

$$h = \frac{0,1^2 \cdot 200^2}{(0,1 + 10)^2 2 \cdot 10}$$

$$h = \frac{0,1^2 \cdot 4\,000}{(10,1)^2 \cdot 20}$$

$$h = \frac{400}{102,01 \cdot 20}$$

$$h = \frac{400}{2040,2}$$

$$h = 0,1961 \text{ m}$$

Balistické kyvadlo sa vychýli z rovnovážnej polohy do výšky 0,1961 m.