

## 1. Príklad

Oceľová špirála dĺžky  $l_0 = 80 \text{ cm}$  sa predĺži silou  $F_1 = 20 \text{ N}$  o dĺžku  $x_1 = 5 \text{ cm}$ . Aká práca sa vykoná pri predĺžení špirály na dvojnásobok jej pôvodnej dĺžky, keď sila konajúca prácu je úmerná predĺženiu špirály.

$$l_0 = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$F_1 = 20 \text{ N}$$

$$x_1 = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$W = ?$$

Sila konajúca prácu je lineárnou funkciou predĺženia  $x$

$$F = k x$$

Konštantu  $k$  určíme zo známych hodnôt sily  $F_1$  a predĺženia  $x_1$  nasledovne:

$$F_1 = k x_1 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{F_1}{x_1}$$

Pri riešení vychádzame z predpokladu, že pri napínaní pružiny sa pôsobiaca sila mení. Môžeme teda najskôr vyjadriť elementárnu prácu, ktorú vykoná sila  $F$  pri elementárnom predĺžení  $dx$ .

$$dW = F dx$$

Následne integráciou vzťahu cez celú dĺžku dráhy (celkové predĺženie), na ktorej sila pôsobí získame vzťah pre celkovú prácu pružnej sily:

$$W = \int_0^{l_0} F dx$$

Ak do uvedeného vzťahu pre prácu  $W$  dosadíme vyjadrenie sily  $F = k x$  a príslušný výraz integrujeme podľa pravidiel integrovania, získame vzťah pre celkovú prácu pružnej sily prislúchajúcej predĺženiu  $l_0$  v tvare:

$$W = \int_0^{l_0} F dx = \int_0^{l_0} kx dx = k \int_0^{l_0} x dx = k \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^{l_0} = \frac{k l_0^2}{2}$$

V ďalšom kroku vypočítame hodnotu konštanty  $k$ , ktorá reprezentuje tuhosť pružiny a určíme jej jednotku nasledovne:

$$k = \frac{F_1}{x_1} = \frac{20 \text{ N}}{0,05 \text{ m}} = 400 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Výslednú prácu zistíme dosadením numerických hodnôt do vzťahu pre celkovú prácu pružnej sily

$$W = \frac{k l_0^2}{2}$$

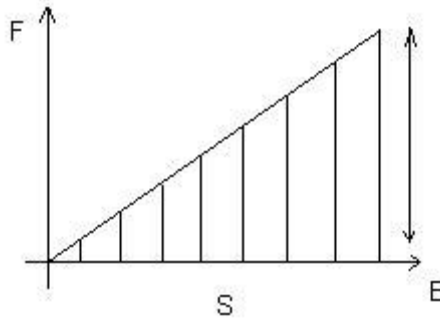
$$W = \frac{400 \cdot 0,8^2}{2}$$

$$W = 128 \text{ J}$$

Celková práca pružnej sily pri napínaní pružiny na dvojnásobok pôvodnej dĺžky je 128 J.

Poznámka: Príklad môžeme riešiť aj iným postupom prezentovaným nižšie.

Veľkosť práce môžeme graficky znázorniť plochou :



**Obrázok 10 Ilustrácia k zadaniu príkladu 1**

Ak je sila priamo úmerná posunutiu v našom prípade predĺženiu špirály, závislosť sily od dráhy zobrazuje priamka (obr. 10), ktorá prechádza začiatkom sústavy súradníc a veľkosť práce je daná plochou trojuholníka zo základňou  $s$  a výškou  $F$ , kde  $s$  je predĺženie špirály, t.j. dráha, po ktorej pôsobila sila  $F$  a  $k$  je konštanta úmernosti sa rovná sile, ktorá by spôsobila jednotkové predĺženie.

Podľa podmienok úlohy môžeme všeobecné i numerické riešenie vyjadriť nasledovne:

$$F = k s$$

$$20 \text{ N} = k \cdot 0,05 \text{ m}$$

$$k = \frac{20 \text{ N}}{0,05 \text{ m}}$$

$$k = 400 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

Vyjadríme prácu:

$$W = \frac{1}{2} k s^2$$

$$W = \frac{1}{2} 400 \cdot 0,8^2$$

$$W = 200 \cdot 0,64$$

$$W = 128 \text{ J}$$