

4 Dynamika

Každá zmena pohybového stavu telesa má svoju príčinu. Príčinou zmeny pohybového stavu telies je sila. V gréčtine sila = dynamis, preto časť fyziky, ktorá sa zaoberá silou, vzájomným silovým pôsobením telies a fyzikálnymi zákonitosťami a javmi, ktoré s ňou priamo súvisia sa nazýva *dynamika*. V rámci kapitoly *Dynamika* sa budeme venovať klasickej newtonovskej mechanike. V klasickej Newtonovskej mechanike budeme skúmať silové pôsobenie a následné zmeny pohybového stavu telies pri rýchlostiach oveľa menších ako je rýchlosť svetla vo vákuu ($3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$). Pre rýchlosti blízke rýchlosti svetla je potrebné nahradiť zákony platné v newtonovskej mechanike zákonitosťami platnými v Einsteinovej teórii relativity. Druhým prípadom, kedy používame namiesto newtonovej mechaniky inak zameranú mechaniku napríklad kvantovú mechaniku je štúdium pohybu a vzájomného silového pôsobenia elementárnych častíc. Newtonovská mechanika je v súčasnosti vnímaná ako jeden zo špeciálnych prípadov mechaniky. Jej význam je však vo všeobecnosti veľmi veľký, nakoľko je použiteľná nielen v širokom rozsahu rýchlostí, ale aj veľkostí objektov.

c) Interakcia

Prvým významným pojmom v newtonovskej mechanike je interakcia, teda vzájomné silové pôsobenie telies. Interakcia je realizovaná pri vzájomnom dotyku telies, alebo sa môže jednať aj o pôsobenie fyzikálnych polí (v gravitačnom poli Zeme pôsobí na materiálne objekty gravitačné pole, v elektrickom poli – elektrické pole a v magnetickom poli – magnetické pole). Veľkosť a smer vzájomného silového pôsobenia medzi telesami charakterizuje fyzikálna veličina nazývaná sila $\vec{F}$. Jednotkou sily v SI sústave je Newton N . Rozmer jednotky Newton môžeme zapísať nasledovne: $1 N = 1 \text{ kg.m.s}^{-2}$. Sila nie je iba príčinou zmeny pohybového stavu telies, ale môže byť aj príčinou deformácie.

d) Izolované teleso

Pod izolovaným telesom rozumieme materiálny objekt, ktorý nie je vo vzájomnej interakcii s inými materiálnymi objektmi. Na izolované teleso nepôsobí žiadne vonkajšie pole. Ak je silové pôsobenie ostatných telies vykompenzované, tak sa teleso správa ako izolované.

Izolované teleso, ktorého rozmery sú zanedbateľne malé v porovnaní s rozmermi iných telies resp. s ich vzájomnými vzdialenosťami nazývame *izolovaný hmotný bod*.

e) Vzťažná sústava

Vzťažné sústavy, v ktorých izolované hmotné body zotrúvajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiariom pohybe sa nazývajú *inerciálne vzťažné sústavy*.

Za inerciálnu vzťažnú sústavu môžeme tiež považovať vzťažnú sústavu spojenú s povrchom Zeme. Odchýlky od vlastností inerciálnej vzťažnej sústavy spôsobené rotáciou Zeme, pôsobením Slnka, Mesiaca a pod. môžeme pozorovať iba pri niektorých dlhotrvajúcich dejoch. Ešte viac sa bude k inerciálnej vzťažnej sústave približovať vzťažná sústava, ktorá má začiatok v strede Zeme a osi orientované k vhodným hviezdám (geocentrická sústava), prípadne vzťažná sústava spojená so stredom Slnka (heliocentrická sústava). Vždy možno nájsť reálnu vzťažnú sústavu, ktorá bude s dostatočnou presnosťou spĺňať vlastnosti inerciálnej vzťažnej sústavy a umožní čo najjednoduchší opis a vysvetlenie fyzikálnych dejov.

Všetky inerciálne vzťažné sústavy sú si navzájom rovnocenné. Buď sa navzájom pohybujú rovnomerným priamočiarym pohybom alebo sú v pokoji, pričom nie je možné žiadnym pokusom v inerciálnej vzťažnej sústave určiť, či je daná sústava v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe. V prípade niektorých fyzikálnych veličín namerajú pozorovatelia v rôznych inerciálnych vzťažných sústavách tie isté hodnoty. Takýmito *invariantnými veličinami* v newtonovskej mechanike sú *sila, hmotnosť, zrýchlenie a čas*. Iné fyzikálne veličiny, ako napr. *rýchlosť*, majú pre pozorovateľa v rôznych inerciálnych vzťažných sústavách rôzne hodnoty (pre jedného pozorovateľa nachádzajúceho sa v inerciálnej vzťažnej sústave pohybujúcej sa rýchlosťou v je určitý objekt v pokoji, pre iného pozorovateľa v inej sústave sa ten istý objekt pohybuje napr. rýchlosťou v'). Vo všetkých inerciálnych vzťažných sústavách však platí *princíp invariantnosti*: Fyzikálne zákony vo všetkých inerciálnych vzťažných sústavách majú rovnaký tvar.

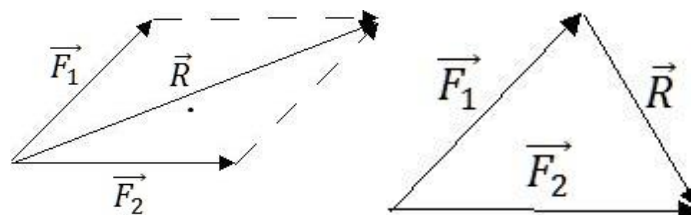
Neinerciálna vzťažná sústava je taká, v ktorej zmena pohybového stavu telies môže nastať bez ich vzájomného pôsobenia s ostatnými objektmi sústavy.

4.1 Dynamika hmotného bodu

Príčina mechanického pohybu je vzájomné pôsobenie medzi telesami alebo ich časťami. Sila je príčinou zrýchlenia telies. Rozoznávame statický účinok sily – deformáciu telesa alebo dynamický účinok sily – zmenu pohybu telesa. Sila pôsobiaca na hmotný bod je vektorom viazaným na bod. V dokonale tuhom telese je sila vektorom viazaným na priamku. Silu môžeme ľubovoľne posunúť a nič sa nezmení na jej účinku. Silu F môžeme vo vektorovom tvare napísať:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

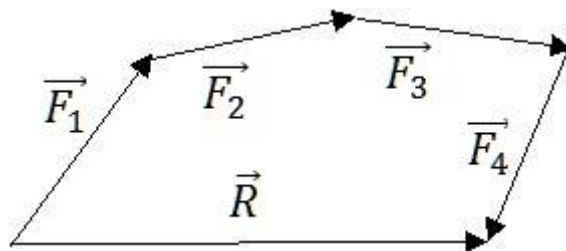
Dve sily pôsobiace v rôznych pôsobiskách môžeme premiestniť do spoločného pôsobiska a graficky sčítať alebo odčítať. Na obr. 34 môžeme vidieť grafické vektorové sčítanie a odčítanie dvoch síl.



Obrázok 34 Grafické sčítanie a rozdiel dvoch síl

Výslednicu (súčet) niekoľkých síl pôsobiacich v rôznych smeroch dostaneme tak, že poposúvame vždy začiatok nasledujúcej sily do konca predchádzajúcej sily. Na obr. 35 vidíme spočítanie viacerých síl a ich výslednicu $\vec{R}$.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$



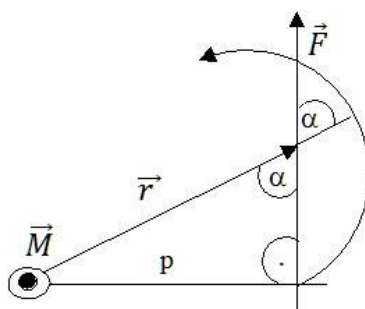
Obrázok 35 Grafické sčítanie a výslednica štyroch síl

4.2 Otáčavý účinok sily

Otáčavý účinok sily vzhľadom k bodu O charakterizujeme ako moment sily. (Bod O voláme momentovým bodom). Moment sily M definujeme ako súčin sily F a kolmej vzdialenosti p priemetu jej sprievodiča k bodu O (Obr. 36):

$$M = F \cdot p$$

p je tzv. rameno sily.



Obrázok 36 Moment sily

Ak je poloha sily vzhľadom k bodu O daná sprievodičom r , ktorý zvierá so silou uhol α , je kolmá vzdialenosť alebo rameno p rovné:

$$\sin \alpha = \frac{p}{r} ; \quad p = r \cdot \sin \alpha$$

a po dosadení do predchádzajúceho vzťahu:

$$M = Fr \cdot \sin \alpha,$$

potom na základe definície vektorového súčinu ľubovoľných vektorov $\vec{a}$ a $\vec{b}$:

$$\vec{a} \times \vec{b} = ab \sin \alpha,$$

môžeme písať:

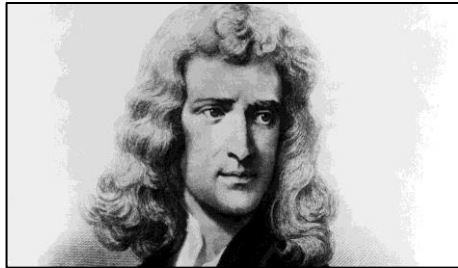
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Moment sily na obr. 36 smeruje kolmo von z roviny vektorov $\vec{r}$ a $\vec{F}$. (Preto používame označenie priemetu šípky vystupujúceho z roviny. Smer vektora $\vec{M}$ určíme na princípe

pravotočivej skrutky, ktorú na obr. 36 v smere naznačeného otáčania spôsobeného silou $\vec{F}$ vykrúcame von z danej roviny.

4.3 Newtonove pohybové zákony

Sir Isaac Newton bol anglický fyzik, matematik a filozof. Narodil sa vo Woolsthorpe v Lincolnskom grófstve na severovýchod od Londýna, podľa starého juliánskeho kalendára, ktorý vtedy v Anglicku platil, na Vianoce v roku 1642 (4. januára podľa gregoriánskeho kalendára). Zomrel 31. marca 1727 v Kensingtone.



Z množstva jeho diel je za najvýznamnejšie považované dielo Matematické základy prírodnej filozofie, vyšlo v roku 1687 na naliehanie a za materiálnej pomoci známeho astronóma Edmunda Halleyho. Newton v ňom formuloval svoje tri známe pohybové zákony – zákon zotrvačnosti, zákon sily a zákon akcie a reakcie. Podľa týchto zákonov sila nie je príčinou pohybu, ale zmeny

pohybu. Ak nebude na teleso pôsobiť žiadna sila, bude teleso v pokoji, alebo sa bude samo pohybovať rovnomerným, priamočiarym pohybom. Newton tu tiež uvádza gravitačný zákon, podľa ktorého príťažlivá sila medzi dvoma hmotnými bodmi alebo guľovými telesami sa mení nepriamo úmerne štvorcu vzdialenosti medzi ich stredmi. Na Newtonovu počesť bola pomenovaná jednotka sily, Newton.

4.3.1 Prvý Newtonov zákon

1. *Newtonov zákon – zákon zotrvačnosti*: Každé hmotné teleso v inerciálnej súradnicovej sústave zotrváva v relatívnom pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, pokiaľ nie je nútené pôsobením sily tento stav zmeniť.

Zjednodušene môžeme 1. Newtonov zákon vyjadriť nasledovne: *teleso zotrváva v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, dokiaľ naň nepôsobí iná vonkajšia sila*. Všimnite si, že ide o pôsobenie vonkajších síl. Vo všeobecnosti teleso samo na seba nepôsobí. Schopnosť, či vlastnosť telesa zotrvať v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe pri zachovaní konštantnej rýchlosti sa nazýva *zotrvačnosť (inercia)*. *Zotrvačnosť je úmerná hmotnosti*, teda množstvu hmoty obsiahnutej v telese.

4.3.2 Druhý Newtonov zákon

2. *Newtonov zákon – zákon sily*: V inerciálnej vzťažnej sústave je veľkosť sily pôsobiacej na hmotný bod určená hodnotou derivácie hybnosti tohto hmotného bodu podľa času, pričom zmena hybnosti má smer rovnobežný s pôsobiacou silou.

Zjednodušene poznáme 2. Newtonov zákon zo strednej školy v znení: *výsledná sila pôsobiaca na teleso je priamo úmerná zrýchleniu, ktoré vyvolala*. Zápis 2. Newtonovho zákona vo vektorovom tvare:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

a v skalárnom tvare:

$$F = m a$$



Obrázok 37 Ilustrácia k definícii 2. Newtonovho zákona

Ak do vektorového zápisu 2. Newtonovho zákona doplníme okamžité zrýchlenie v tvare:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

dostaneme 2. Newtonov zákon v tvare:

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Kde $\vec{p} = m \vec{v}$ reprezentuje hybnosť telesa. Vyššie uvedený vzťah pre silu $\vec{F}$ je matematickým vyjadrením 2. Newtonovho zákona a zároveň je považovaný za definíciu sily. Zákon hovorí, že časová zmena hybnosti telesa je úmerná pôsobiacej sile má s ňou rovnaký smer. Tento zákon má všeobecnú platnosť, pretože berie do úvahy aj relativistické javy, teda pohyb pri vysokých rýchlostiach, kde platí teória relativity.

4.3.3 Špeciálne prípady druhého Newtonovho zákona

➤ Tiažová sila

Teleso voľne pustené k Zemi koná rovnomerne zrýchlený pohyb so zrýchlením $a = g$, kde g je tiažové zrýchlenie (gravitačné zrýchlenie). Podľa zákona sily na takéto teleso pôsobí sila:

$$\vec{F}_g = m \vec{g}$$

Ktorá sa nazýva tiažová sila. Má svoj pôvod v gravitačnej interakcii. Od tiažovej sily odlišujeme tiaž telesa $\vec{G}$. Tiaž telesa, na rozdiel od tiažovej sily nepôsobí na teleso, ale je to sila, ktorou zavesené teleso pôsobí na záves, resp. teleso položené na podložke pôsobí na podložku. Vzťah pre tiaž je najčastejšie používaný v skalárnom tvare:

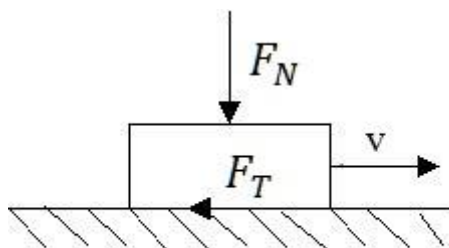
$$G = m g$$

Hmotnosť telesa sa veľmi často zamieňa s tiažou. Hmotnosť je množstvo látky v telese, naproti tomu tiaž je gravitačná sila pôsobiaca na teleso, ktorá závisí od polohy na zemskom povrchu. Jednotkou tiaže je jeden newton. Z toho vyplýva, že teleso bude mať rovnakú hmotnosť, či je na Mesiaci, alebo na Zemi, ale jeho tiaž na Mesiaci bude asi šesťkrát menšia ako na Zemi, pretože gravitačná sila na Mesiaci je približne šesťkrát menšia ako na Zemi. Ak sa odvážime na úpätí kopca a potom na vrchole, hore budeme vážiť menej, pretože gravitačná sila je tam slabšia, čo je výsledok vzdialenosti od stredu

Zeme. Samozrejme, vzhľadom na rozmery Zeme sme sa vzdialili o tak malú vzdialenosť, že zmena tiaže je prakticky nemerateľná.

➤ *Trecia sila – klzné trenie*

Odporová sila, ktorá vzniká pri pohybe tuhého telesa po inom telese, ku ktorému je pritláčané istou silou, je prejavom vonkajšieho trenia. Trenie a odporová sila pôsobiaca proti pohybu vzniká aj vtedy, keď sú obe telesá v pokoji a vonkajšie sily sa ich snažia uviesť do pohybu. Príslušné trenie sa nazýva *statické trenie* na rozdiel od *kinetického trenia* alebo trenia pri pohybe, ktoré sa prejavuje od okamihu, kedy relatívny pohyb telies ako celkov skutočne nastane. Obmedzíme sa na tzv. šmykové alebo klzné trenie pri posuvnom pohybe telesa po telese (Obr. 38)



Obr. 38 Trenie pri posuvnom pohybe telesa po telese

Pri relatívnom pohybe dotýkajúcich sa telies vzniká sila, ktorá pôsobí proti pohybu - trecia sila. Klzné trenie je popísané Amontonovým – Coulombovým zákonom, podľa ktorého trecia sila F_T nezávisí od veľkosti styčnej plochy, a málo od rýchlosti, a je priamo úmerná normálovej sile F_N . Trecia sila je definovaná ako súčin koeficientu klzného (šmykového) trenia μ a normálovej sily F_N vzťahom:

$$F_T = \mu F_N$$

Kde normálovú silu F_N môžeme vyjadriť rovnakým vzťahom ako tiaž, nakoľko veľkosťou sú obe sily rovnaké. Normálová sila a tiaž majú rovnaké pôsobisko, ale sú opačne orientované. Pre normálovú silu teda platí:

$$F_N = m g$$

Potom silu trenia vyjadruje vzťah:

$$F_T = \mu F_N = \mu m g$$

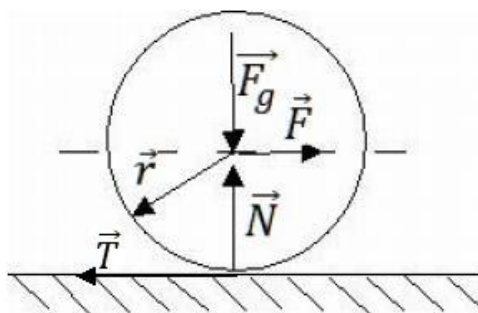
Koeficient šmykového trenia μ závisí od typu látok oboch telies a od kvality styčných plôch (na ich hladkosti, resp. drsnosti) a v istej miere aj na veľkosti rýchlosti klzania telies. Závislosť koeficientu šmykového trenia pri pohybe na rýchlosti v je málo výrazná, najmä pri malých rýchlostiach a spravidla sa neberie do úvahy. Tento súčiniteľ môžeme vzťahovať aj k treniu v pokoji tak, že určuje maximálnu hodnotu, ktorú môže trecia sila dosiahnuť, pričom ešte nenastane vzájomný šmyk telies. Veľkosť takéhoto koeficienta trenia je v pokoji značne väčšia než v pohybe. V tab. 6 uvádzame hodnoty koeficienta μ_0 v pokoji a μ pri pohybe pre rôzne materiály.

Tabuľka 6 Hodnoty koeficientov klzného trenia μ_0 v pokoji a μ pri pohybe

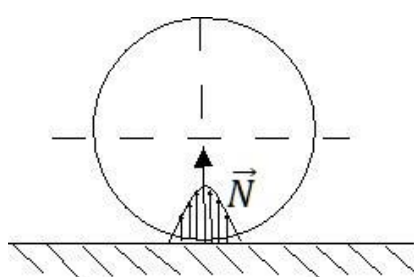
μ_0	μ	Materiál
0,150	0,050	ocel' na oceli
0,027	0,014	ocel' na ľade
0,700	0,300	drevo na kameni
0,600	0,300	koža na kove

➤ *Sily pri valivom trení*

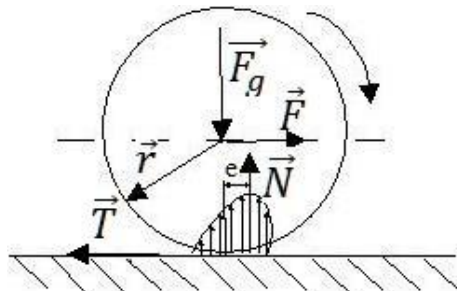
Keď sa oblé teleso pohybuje po inom tuhom telese, ku ktorému je pritláčané nejakou silou hovoríme o valivom pohybe, pričom vzniká sila, ktorá bráni tomuto pohybu a vzniká tzv. *valivé trenie*. Na valec tiaže F_g pôsobí na vodorovnej drsnej rovine malá pohybová ťahová sila F (Obr. 39). Pôsobenie roviny na valec je dané reakciami síl N a T . Sila N pôsobí ako reakcia na tiaž telesa a sila T ako reakcia na ťahovú silu F . Ak má byť valec v pokoji, musia platiť podmienky rovnováhy síl, teda: $N - F_g = 0$; $F - T = 0$ a moment sily spôsobujúci valenie $rF = 0$. Z rovníc vyplýva, že $N = F_g$ a $F = T = 0$. Ak teda pôsobí aj minimálna sila F , valec sa začne valiť. Z pokusov však vyplýva, že u skutočných telies môže pôsobiť malá sila F a teleso sa nezačne hýbať valivým pohybom. Musí teda pôsobiť istá odporová trecia sila, ktorá bráni telesu v pohybe, nesúvisí však s klzným (šmykovým trením), pretože jeho vplyv sa tu neuvažuje.



1. **Obrázok 39 Rozloženie síl a reakcií na valci**



Obrázok 40a



Obrázok 40b

Vznik valivého trenia pri valení valca

Tento valivý odpor vzniká zrejme tým, že sa rotačné teleso, napr. valec, a podložka veľmi málo deformujú, takže dotyk telies nenastáva v bode alebo v priamke, ale v ploške konečnej veľkosti. Keď sú telesá navzájom v pokoji, je rozloženie tlakov v dotykovej ploške ako je znázornené na obr. 40a, teda súmerné okolo osi symetrie telesa. Ich výslednica N prechádza ideálnym bodom dotyku a leží v osi. Ak má valec vplyvom

ťažnej sily F a trecej sily T snahu sa valiť, vznikne nesúmerné rozloženie pomerných tlakov tak, že na nábehovej strane budú tlaky väčšie než na opačnej strane (obr. 40b). Preto neprechádza výslednica sily N týchto pomerných tlakov ideálnym bodom dotyku, ale je vzhľadom k nemu posunutá o malú vzdialenosť e v smere valenia. Podmienky rovnováhy pre sily a momenty síl potom budú nasledovné: $N - F_g = 0$; $F - T = 0$; $rF - eN = 0$, odkiaľ dostávame:

$$e = \frac{F}{N} r = \frac{F}{F_g} r$$

Posunutie e prináležiace kolmej (normálovej) sile N nemôže nadobúdať ľubovoľné hodnoty. Ak nemá nastať valenie musí byť e menšie alebo nanajvýš rovné medznej vzdialenosti ξ (ksí):

$$e \leq \xi,$$

ktorá sa nazýva *koeficient valivého trenia*, nie je to bezrozmerné číslo, ale má rozmer dĺžky. Ak má valec, na ktorý pôsobí ťažná sila F zostať v pokoji, nesmie predovšetkým nastať šmyk, t.j. ťažná sila F :

$$F \leq \xi F_g$$

Aby nenastalo ani valenie, musí ťažná sila F vyhovovať ďalšej podmienke:

$$F \leq \frac{\xi}{r} F_g$$

Ak je ťažná sila F väčšia, teleso sa dá do valivého pohybu a udržuje sa pritom posunutie e normálovej sily N na hodnote rovnjej maximálnej hodnote ξ . Na teleso potom pôsobí proti pohybu trecia sila T , valivého trenia:

$$T = \frac{\xi}{r} F_g = \frac{\xi}{r} N$$

➤ Odstredivá sila

Ďalším špeciálnym prípadom uplatnenia 2. Newtonovho zákona je vyjadrenie odstredivej sily. Pre odstredivú silu nadobudne zákon sily tvar:

$$F_o = m a_o$$

Kde za odstredivé zrýchlenie a_o môžeme dosadiť:

$$a_o = \frac{v^2}{r}$$

v – je obvodová rýchlosť, r – je polomer kružnice, po ktorej je pohyb telesa realizovaný. Potom pre odstredivú silu môžeme napísať:

$$F_o = m a_o = m \frac{v^2}{r} = \frac{m v^2}{r}$$

a) *Sila pružnosti*

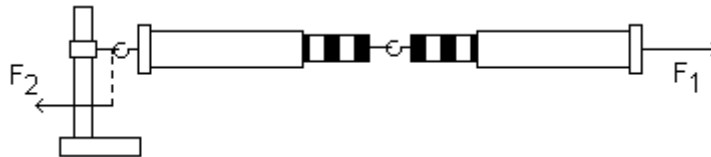
Pri pružnej deformácii nastáva zmena rovnovážnych polôh častíc telesa. V pružne deformovanom telese pôsobia medzi stavebnými časticami sily, ktoré nazývame sily pružnosti. Napríklad pri predĺžení pružiny Δx , ktorá má tuhosť k pre silu pružnosti F_p platí:

$$F_p = k \Delta x$$

4.3.4 Tretí Newtonov zákon

3. *Newtonov zákon – zákon akcie a reakcie*: Sily, ktorými na seba pôsobia každé dve telesá vo vzájomnej interakcii, sú rovnako veľké, opačného smeru a súčasne vznikajú a zanikajú.

Jednoduchšia formulácia 3. Newtonovo zákona je: Sily, ktorými navzájom na seba telesá pôsobia sú rovnako veľké, navzájom opačného smeru a súčasne vznikajú a zanikajú. Jedna sila sa nazýva *akcia*, druhá *reakcia*.



Obrázok 41 Ilustrácia k definícii 3. Newtonovho zákona

Tretí Newtonov zákon hovorí, že nijaká sila nemôže existovať izolovane, vždy je i "zrkadlová sila." Newtonovými slovami: "Každá akcia vyvoláva rovnako veľkú reakciu opačného smeru." To znamená, že ktorékoľvek dve telesá pôsobia na seba gravitačnou príťažlivosťou. Zem priťahuje k lopte taká istá sila, aká priťahuje loptu k Zemi, no pretože je obrovský rozdiel v ich veľkosti, výsledkom je zrýchlený pád lopty. Príklady na 3. Newtonov zákon: spätný náraz pri strelných zbraniach, odstredivá a dostredivá sila.